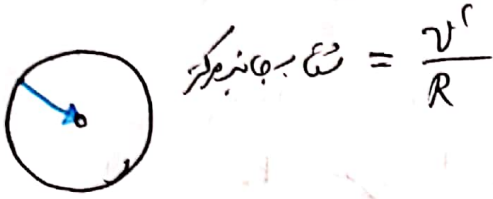


۱۶

تجزیه در دو راسته :-

$$\vec{r}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k}$$

$$\hookrightarrow \vec{v}(t) = \vec{r}'(t) \leadsto a(t) = \vec{r}''(t)$$



$$v = \frac{r}{R}$$

مسئله: در یک حرکت منفرجه کلاً در صفحه
اندازه و جهت نیرو در جابجایی مرکز قیود را

$$a(t) = \frac{d}{dt}(\vec{v}(t)) = \frac{d}{dt}(|\vec{v}(t)| \vec{T}(t)) = \frac{d|\vec{v}(t)|}{dt} \vec{T}(t) + |\vec{v}(t)| \frac{d\vec{T}}{dt}$$

$$\vec{T}(t) = \frac{\vec{v}(t)}{|\vec{v}(t)|} \quad \vec{N}(t) = \frac{\vec{T}'(t)}{|\vec{T}'(t)|} \leadsto \vec{T}'(t) = |\vec{T}'(t)| \vec{N}(t)$$

$$|\vec{T}'(t)| = \left| \frac{d\vec{T}}{ds} \cdot \frac{ds}{dt} \right| = |\vec{v}(t)| \kappa(t)$$

$$a(t) = \frac{d|\vec{v}(t)|}{dt} \vec{T}(t) + \kappa(t) |\vec{v}(t)|^2 \vec{N}(t)$$

$$\boxed{\begin{aligned} a(t) &= a_T(t) \vec{T}(t) + a_N(t) \vec{N}(t) \\ a_T(t) &= \frac{d|\vec{v}(t)|}{dt} \leadsto \text{مردانه هم‌راستا} \\ a_N(t) &= \kappa(t) |\vec{v}(t)|^2 \leadsto \text{مردانه عمود بر مسیر} \\ |\vec{a}(t)|^2 &= a_T^2(t) + a_N^2(t) \end{aligned}}$$

$\vec{r} \times \vec{a}_T = 0$ مردانه هم‌راستا
 $\vec{r} \times \vec{a}_N = \text{مردانه عمود بر مسیر}$

مسئله: در یک حرکت منفرجه کلاً در صفحه
مسئله: در یک حرکت منفرجه کلاً در صفحه

$$\vec{v}(t) = (\cos t - t \sin t) \vec{i} + (\sin t + t \cos t) \vec{j} + t \vec{k}$$

$$\hookrightarrow |\vec{v}(t)| = \sqrt{\cos^2 t - 2t \sin t \cos t + t^2 \sin^2 t + \sin^2 t + 2t \sin t \cos t + t^2 \cos^2 t + t^2} = \sqrt{1 + t^2}$$

$$\vec{a}(t) = (-\sin t - \sin t - t \cos t) \vec{i} + (\cos t + \cos t - t \sin t) \vec{j} + t \vec{k}$$

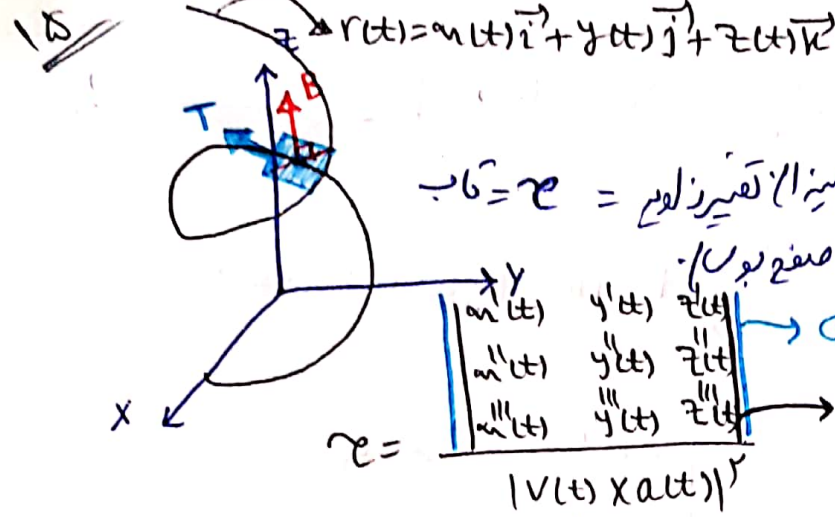
$$\vec{v}(0) = \vec{i}, \quad \vec{a}(0) = t \vec{j} + t \vec{k}$$

$$\hookrightarrow \vec{v}(0) \times \vec{a}(0) = \vec{i} \times (t \vec{j} + t \vec{k}) = t \vec{i} \times \vec{j} + t \vec{i} \times \vec{k} = -t \vec{j} + t \vec{k}$$

$$\hookrightarrow |\vec{v}(0) \times \vec{a}(0)| = \sqrt{t^2} \quad , \quad |\vec{v}(0)| = 1 \leadsto \kappa(0) = \sqrt{t} \quad \rightarrow \boxed{a_N(0) = \sqrt{t}}$$

$$a_T(t) = \frac{d|\vec{v}(t)|}{dt} = \frac{d}{dt} \sqrt{1+t^2} = \frac{1}{\sqrt{1+t^2}} \times \frac{2t}{2} = \frac{t}{\sqrt{1+t^2}} \leadsto \boxed{a_T(0) = 0}$$

$$a(0) = 0 \times \vec{T}(0) + \sqrt{t} \vec{N}(0) = \sqrt{t} \vec{N}(0)$$



تاب منفر = انحنا (عم منفر)

$\kappa = \frac{|\vec{v} \times \vec{a}|}{|\vec{v}|^2 |\vec{a}|}$

مثال: $\vec{r}(t) = r \cos t \vec{i} + r \sin t \vec{j} + ct \vec{k}$ کینے

$\vec{v}(t) = -r \sin t \vec{i} + r \cos t \vec{j} + c \vec{k} \rightarrow \vec{a}(t) = -r \cos t \vec{i} - r \sin t \vec{j}$

$\vec{v}(t) \times \vec{a}(t) = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -r \sin t & r \cos t & c \\ -r \cos t & -r \sin t & 0 \end{vmatrix} = r \sin t \vec{i} - r \cos t \vec{j} + c \vec{k}$

$|\vec{v}(t) \times \vec{a}(t)| = \sqrt{r^2 \sin^2 t + r^2 \cos^2 t + c^2} = \sqrt{r^2 + c^2}$

$\kappa = \frac{|\vec{v} \times \vec{a}|}{|\vec{v}|^2 |\vec{a}|} = \frac{\sqrt{r^2 + c^2}}{\sqrt{r^2 + c^2} \sqrt{r^2}} = \frac{r}{r^2} = \frac{1}{r}$

مثال: $\vec{r}(t) = r \cos t \vec{i} + r \sin t \vec{j} + (a - r \cos t - r \sin t) \vec{k}$ کینے

$\vec{v}(t) = -r \sin t \vec{i} + r \cos t \vec{j} + (r \sin t - r \cos t) \vec{k}$

$\vec{a}(t) = -r \cos t \vec{i} - r \sin t \vec{j} + (r \cos t + r \sin t) \vec{k}$

$\vec{v}(t) \times \vec{a}(t) = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -r \sin t & r \cos t & r \sin t - r \cos t \\ -r \cos t & -r \sin t & r \cos t + r \sin t \end{vmatrix} = 0$

$\kappa = \frac{|\vec{v} \times \vec{a}|}{|\vec{v}|^2 |\vec{a}|} = \frac{0}{|\vec{v}|^2 |\vec{a}|} = 0$

دریک، تیسرے اکثر دو علم دا دولہا عفر۔ نکر ہکر
ہالہ، درمیانی، تیسرے صفر است۔

نکتہ: صفر لے/کامل تاب (نہ) $(\vec{v}(t), \vec{a}(t)) = 0$ معادل ہا اینس کہ صفر ہا درنہ
ہالہ کہ منفر در (فرا) بلیفہ (نہ منفر مسطح ہالہ)۔

