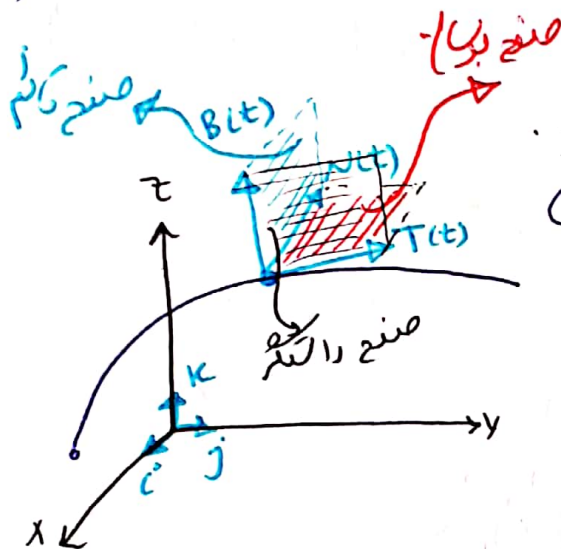


رنگاه مختص (T, N, B)



منحنی $C: r(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k}$ را در نظر بگیریم.

بردار سرعت = بردار مماس منحنی $\rightarrow V(t) = \dot{r}(t)$

بردار جهت حرکت $\rightarrow T(t) = \frac{V(t)}{|V(t)|} = \frac{\dot{r}(t)}{|\dot{r}(t)|}$

بردار مماس واحد
بردار همنورد
بردار جهت حرکت

$$\forall t: |T(t)| = 1 \rightarrow T'(t) \perp T(t)$$

بردار عمود بر بردار مماس

$$N(t) = \frac{T'(t)}{|T'(t)|} \rightarrow |N(t)| = 1$$

بردار عمود

$$B(t) = T(t) \times N(t) \rightarrow |B(t)| = |T(t)| \times |N(t)| \sin \frac{\pi}{2} = 1$$

بردار قائم واحد دوم

هر رنگاه متشکل از سه بردار دو به دو عمود بر هم و هم طول $\perp$ یک رنگاه مختص است.

صنم ساخته شده با $T(t)$ و $N(t)$ = صنم اربا بردار قائم $B(t)$ = صنم پربا

صنم ساخته شده با $B(t)$ و $N(t)$ = صنم اربا بردار قائم $T(t)$ = صنم قائم

صنم ساخته شده با $B(t)$ و $T(t)$ = صنم اربا بردار قائم $N(t)$ = صنم راسته

مثال: در منحنی $r(t) = 2 \sin t \vec{i} - 2 \cos t \vec{j} + 5t \vec{k}$ ، رنگاه (T, N, B) را محاسبه کنید.

$$\rightarrow V(t) = 2 \cos t \vec{i} + 2 \sin t \vec{j} + 5 \vec{k} \rightarrow |V(t)| = \sqrt{4 \cos^2 t + 4 \sin^2 t + 25} = \sqrt{4 + 25} = \sqrt{29} = 5$$

$$T(t) = \frac{V(t)}{|V(t)|} = \frac{2 \cos t \vec{i} + 2 \sin t \vec{j} + 5 \vec{k}}{5}$$

$$\rightarrow \frac{dT}{dt} = -\frac{2 \sin t}{5} \vec{i} + \frac{2 \cos t}{5} \vec{j} \rightarrow \left| \frac{dT}{dt} \right| = \sqrt{\frac{4}{25} \sin^2 t + \frac{4}{25} \cos^2 t} = \sqrt{\frac{4}{25}} = \frac{2}{5}$$

$$\rightarrow N(t) = \frac{T'(t)}{|T'(t)|} = -\sin t \vec{i} + \cos t \vec{j}$$

9

$$B(t) = T(t) \times N(t) = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{r \cosh t}{r} & \frac{r \sinh t}{r} & \frac{r}{r} \\ -\sinh t & \cosh t & 0 \end{vmatrix} = \frac{-r}{r} \cosh t \vec{i} - \frac{r}{r} \sinh t \vec{j} + \frac{r}{r} \vec{k}$$

$\frac{r}{r} \cosh t + \frac{r}{r} \sinh t$

داده: در زمان $t=0$ ، $r(t) = \cosh t \vec{i} + \sinh t \vec{j} + t \vec{k}$ و (T, N, B) ، صفحه برپا.

$$V(t) = r'(t) = \sinh t \vec{i} + \cosh t \vec{j} + \vec{k}$$

$$|V(t)| = \sqrt{\sinh^2 t + \cosh^2 t + 1} = \sqrt{2 \cosh^2 t} = \sqrt{2} \cosh t$$

$$\cosh t = \frac{e^t + e^{-t}}{2} \rightarrow (\cosh t)' = \sinh t$$

$$\sinh t = \frac{e^t - e^{-t}}{2} \rightarrow (\sinh t)' = \cosh t$$

$$\cosh^2 t - \sinh^2 t = 1$$

$$T(t) = \frac{V(t)}{|V(t)|} = \frac{\sinh t}{\sqrt{2} \cosh t} \vec{i} + \frac{1}{\sqrt{2}} \vec{j} + \frac{1}{\sqrt{2} \cosh t} \vec{k} \rightarrow T(0) = \frac{1}{\sqrt{2}} \vec{j} + \frac{1}{\sqrt{2}} \vec{k}$$

$$\frac{dT}{dt} = \frac{\sqrt{2} \cosh t - \sqrt{2} \sinh t}{2 \cosh^2 t} \vec{i} - \frac{\sqrt{2} \sinh t}{2 \cosh^2 t} \vec{k}$$

$$\frac{dT}{dt}(0) = \frac{\sqrt{2}}{2} \vec{i} \rightarrow N(0) = \vec{i}$$

$$B(0) = T(0) \times N(0) = \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \vec{j} + \frac{1}{\sqrt{2}} \vec{k} \right) \times \vec{i} = \frac{1}{\sqrt{2}} \vec{j} \times \vec{i} + \frac{1}{\sqrt{2}} \vec{k} \times \vec{i} = \frac{1}{\sqrt{2}} \vec{j} - \frac{1}{\sqrt{2}} \vec{k}$$

صفحه برپا: صفحه از که ر:

$$r(0) = \vec{i} = (1, 0, 0)$$

چگونه در دبر (6, 6) ک:

$$B(0) = \frac{1}{\sqrt{2}} \vec{j} - \frac{1}{\sqrt{2}} \vec{k}$$

$$0(a-1) + \frac{1}{\sqrt{2}}(4-0) - \frac{1}{\sqrt{2}}(7-0) = 0$$

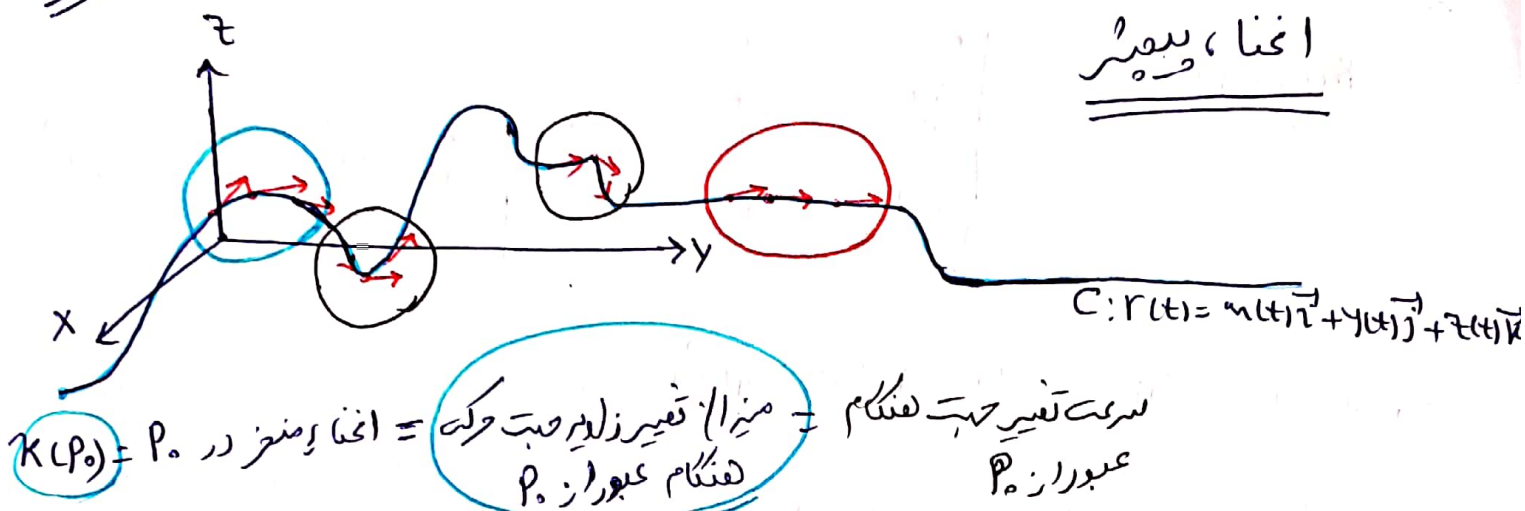
$$\boxed{y=7} \rightarrow \text{مردم صفحه برپا: } t=0, \text{ در}$$

معادله صفحه که در (6, 6) ک:

از نقطه (x_0, y_0, z_0) و (x, y, z) :

$$a(x-x_0) + b(y-y_0) + c(z-z_0) = 0$$

انحناء، تغییر



سرعت تغییر جهت هنگام عبور از P_0 = مننه (تغییر زاویه جهت حرکت)

انحناء و منفرجه در P_0 = $K(P_0) = P_0$

جهت حرکت $\frac{V(t)}{|V(t)|} = T(t) =$ جهت حرکت

$\alpha(s) = \langle T(s), T(s+\Delta s) \rangle =$ زاویه بین $T(s)$ و $T(s+\Delta s)$

$K = \left| \frac{d\alpha(s)}{ds} \right| = \left| \frac{dT(s)}{ds} \right| = \left| \frac{dT}{dt} \cdot \frac{dt}{ds} \right| = \frac{1}{|V(t)|} \left| \frac{dT}{dt} \right|$

طول T همیشه یک است.

$$\left| \frac{dT}{dt} \right| = \frac{|V(t) \times a(t)|}{|V(t)|^2}$$

$$K = \frac{|V(t) \times a(t)|}{|V(t)|^3} = \frac{|V'(t) \times V''(t)|}{|V'(t)|^3}$$

$$r(t) = \cos t \vec{i} + \sin t \vec{j} + t \vec{k}$$

مثال: مارپیچ (منه)

$$C \rightarrow V(t) = -\sin t \vec{i} + \cos t \vec{j} + \vec{k} \rightarrow a(t) = -\cos t \vec{i} - \sin t \vec{j}$$

$$C \rightarrow |V(t)| = \sqrt{\sin^2 t + \cos^2 t + 1} = \sqrt{2}$$

$$V(t) \times a(t) = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -\sin t & \cos t & 1 \\ -\cos t & -\sin t & 0 \end{vmatrix} = \sin t \vec{i} - \cos t \vec{j} + (\sin^2 t + \cos^2 t) \vec{k}$$

$$\rightarrow |V(t) \times a(t)| = \sqrt{\sin^2 t + \cos^2 t + 1} = \sqrt{2}$$

$$K = \frac{|V(t) \times a(t)|}{|V(t)|^3} = \frac{\sqrt{2}}{(\sqrt{2})^3} = \frac{1}{2}$$