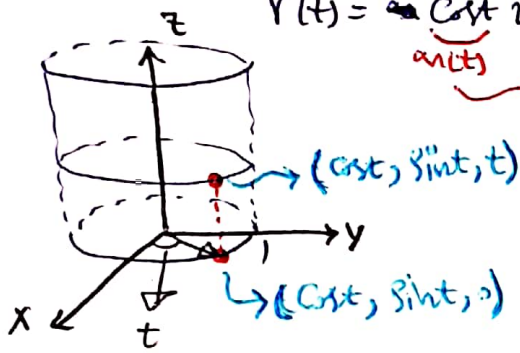
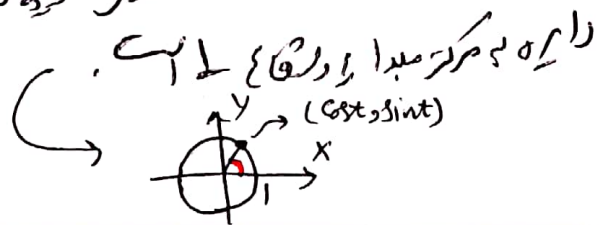


پارامترهای طبیعی منفرجه: در هر منفرجه پارامتر دارای یک تعبیر هندسی خاص است. مثلاً در اینجا

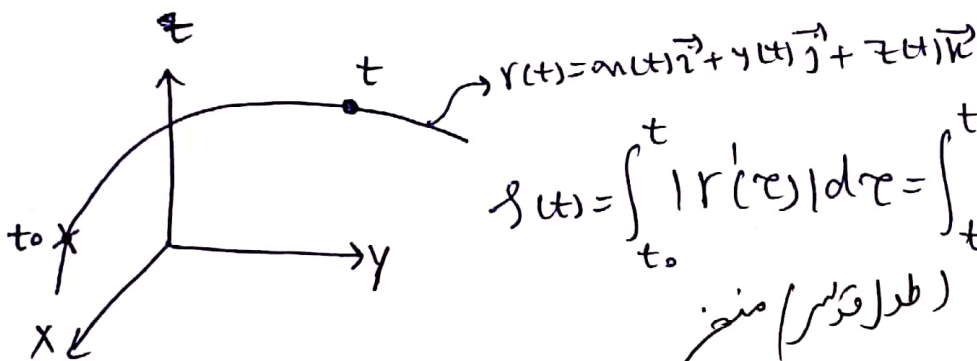
$$\vec{r}(t) = \underbrace{\cos t}_{x(t)} \vec{i} + \underbrace{\sin t}_{y(t)} \vec{j} + t \vec{k}$$



تعبیر هندسی این پارامتر: تصویر نقطه روی صفحه دور



مسافت و طول هندسی پارامتر در اکثر منفرجهها با کمترین از مقدار کامل دور منفرجهها



$$s(t) = \int_{t_0}^t |\vec{r}'(\tau)| d\tau = \int_{t_0}^t |\vec{v}(\tau)| d\tau$$

پارامتر طبیعی (طول هندسی) منفرجه

$$\frac{ds}{dt} = |\vec{r}'(t)| = |\vec{v}(t)| \rightarrow t = t(s) \rightarrow \frac{dt}{ds} = \frac{1}{\frac{ds}{dt}} = \frac{1}{|\vec{v}(t)|}$$

در منفرجهها همواره $|\vec{r}'(t)| \neq 0$ لذا $s(t)$ یک به یک و لذا معکوس نیز در آن موجود است.

مثال: در اینجا $s(t)$ را مابین.

$$\vec{r}(t) = \cos t \vec{i} + \sin t \vec{j} + t \vec{k}$$

$$\vec{r}'(t) = -\sin t \vec{i} + \cos t \vec{j} + \vec{k} \rightarrow |\vec{r}'(t)| = \sqrt{2}$$

$$s(t) = \int_0^t \sqrt{2} d\tau = \sqrt{2} t \rightarrow t = \frac{s}{\sqrt{2}}$$

$$\vec{r}(s) = \cos \frac{s}{\sqrt{2}} \vec{i} + \sin \frac{s}{\sqrt{2}} \vec{j} + \frac{s}{\sqrt{2}} \vec{k}$$

معادله این کره صاف و به طول 1
معادله طبیعی منفرجهها

$$s(t) = \int_0^t \sqrt{1 + \sin^2 \frac{\tau}{r}} d\tau = \int_0^t \sqrt{1 + \sin^2 \frac{\tau}{r}} d\tau \xrightarrow{u = \frac{\tau}{r}} \int_0^{\frac{t}{r}} \sqrt{1 + \sin^2 u} du = \varepsilon (1 - \cos \frac{t}{r})$$

$$\rightarrow s = \varepsilon (1 - \cos \frac{t}{r}) \rightarrow t = r \arccos (1 - \frac{s}{\varepsilon})$$