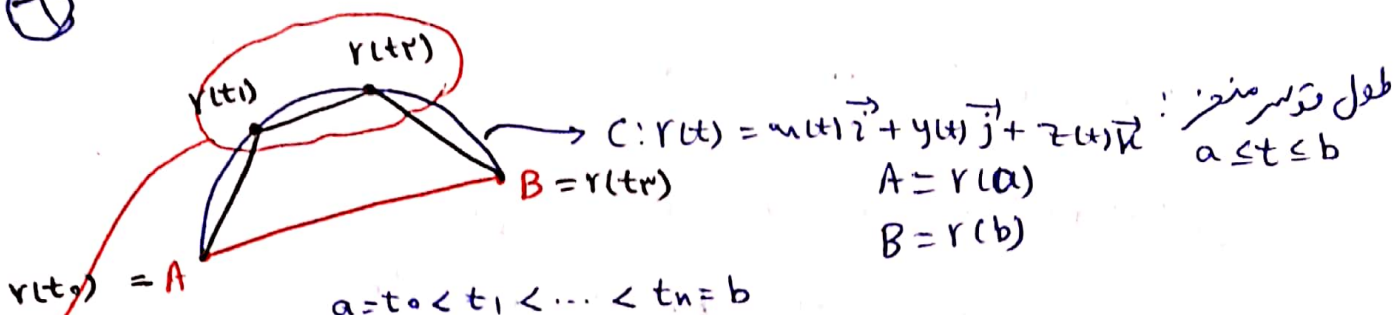


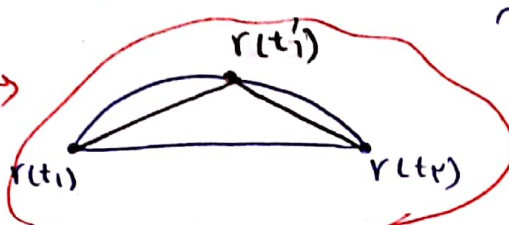
7



مجموع طول قطعات

$$\sum_{i=0}^{n-1} |r(t_{i+1}) - r(t_i)|$$

$$B \bar{C} A \xrightarrow{C} \text{طول مسیریاز} = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=0}^{n-1} |r(t_{i+1}) - r(t_i)|$$



$|r(t_{i+1}) - r(t_i)| = |r'(t'_i)| (t_{i+1} - t_i)$
 $(f(b) - f(a) = f'(c)(b-a))$
 Δt_i

$B \bar{C} A \xrightarrow{C} \text{طول مسیریاز} = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=0}^{n-1} |r'(t'_i)| \Delta t_i$
 قوس

$(\int_a^b f(x) dx = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=0}^n f(x'_i) \Delta x_i)$
 $x_{i+1} - x_i$

$B \bar{C} A \text{ طول مسیریاز} = \int_a^b |r'(t)| dt = \int_a^b \sqrt{(x'(t))^2 + (y'(t))^2 + (z'(t))^2} dt$
 قوس X دایره طول

مثال: در ربع اول $t=0$ تا $t=\pi/2$ طول منحنی از $r(t) = \cos t \vec{i} + \sin t \vec{j} + t \vec{k}$

$r'(t) = -\sin t \vec{i} + \cos t \vec{j} + \vec{k} \rightarrow |r'(t)| = \sqrt{\sin^2 t + \cos^2 t + 1} = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$
 $t=0$ تا $t=\pi/2$ طول منحنی از $= \int_0^{\pi/2} |r'(t)| dt = \int_0^{\pi/2} \sqrt{2} dt = \frac{\pi\sqrt{2}}{2}$ X دایره طول

مثال در منحنی: $t=0$ تا $t=2\pi$ طول منحنی از $r(t) = (t - \sin t) \vec{i} + (1 - \cos t) \vec{j}$

$r'(t) = (1 - \cos t) \vec{i} + \sin t \vec{j} \rightarrow |r'(t)| = \sqrt{(1 - \cos t)^2 + \sin^2 t} = \sqrt{1 - 2\cos t + \cos^2 t + \sin^2 t} = \sqrt{2 - 2\cos t}$
 $= \sqrt{2 \times 2 \sin^2 \frac{t}{2}} = 2 |\sin \frac{t}{2}|$
 $t=0$ تا $t=2\pi$ طول منحنی از $= \int_0^{2\pi} |r'(t)| dt = \int_0^{2\pi} 2 |\sin \frac{t}{2}| dt = \int_0^\pi 4 \sin u du = \int_0^\pi 4 \sin u du$
 $= -4 \cos u \Big|_0^\pi = 8$
 $\frac{t}{2} = u$